POLSKIE STOWARZYSZENIE NAUKOWE SYSTEMÓW SZARYCH

III Jesienna SZKOŁA SYSTEMÓW SZARYCH

4 grudnia 2019

Poznań

Prowadzący

Dr inż. Ewa Więcek-Janka (PP, PSNSS)

Dr inż. Marcin Nowak (PP, PSNSS)

Dr inż. Joanna Majchrzak (PP, PSNSS)

Mgr inż. Hubert Wojciechowski (PP, PSNSS)

POLSKIE STOWARZYSZENIE
NAUKOWE SYSTEMÓW SZARYCH

www.systemyszare.put.poznan.pl

POLSKIE STOWARZYSZENIE NAUKOWE SYSTEMÓW SZARYCH

Teoria szarych systemów została zapoczątkowana przez

Prof. Deng Julong.

Rozwinęła się na potrzeby rozwiązywania problemów w oparciu o informacje **niepełne, niepewne i nieliczne**.

"The Control problem of grey systems", System & Control Letters, 1(5) (1982) 288-294

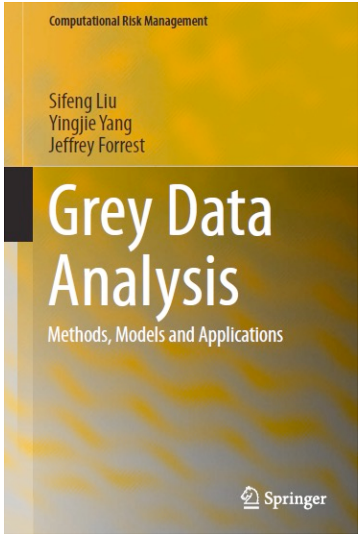
Kontynuator i budowniczy Naukowej Szkoły Systemów Szarych

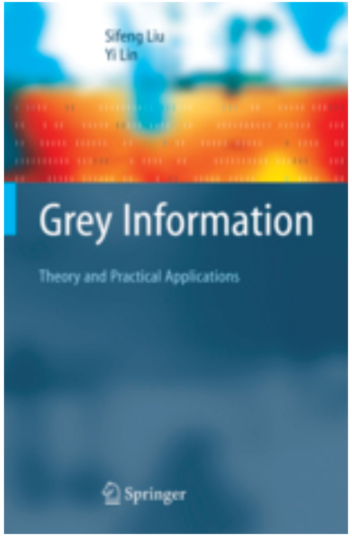
Prof. Sifong Liu

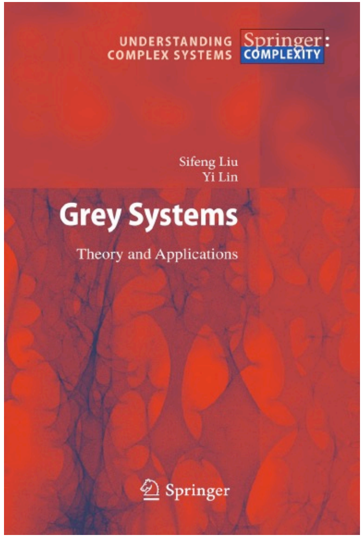
Prof. Naiming Xie

Nanjing University of Aeronautic and Astronautic

POLSKIE STOWARZYSZENIE NAUKOWE SYSTEMÓW SZARYCH







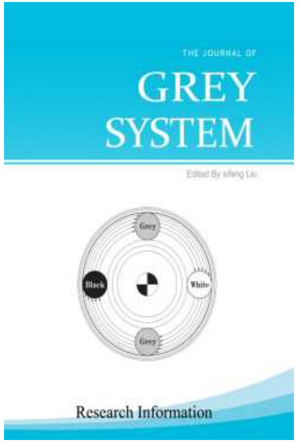
POLSKIE STOWARZYSZENIE
NAUKOWE SYSTEMÓW SZARYCH

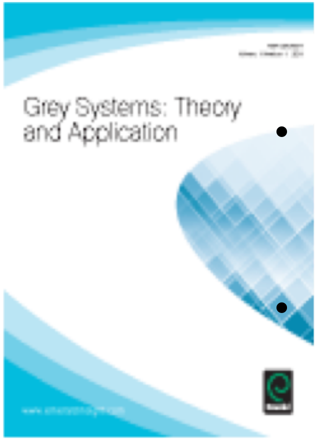
Polskie Stowarzyszenie Naukowe Systemów Szarych (Polish Scientific Association of Grey Systems)

jest zrzeszone w:

International Association of Grey Systems and Uncertaity Analysis

POLSKIE STOWARZYSZENIE NAUKOWE SYSTEMÓW SZARYCH





- Mierzwiak, R., Werner, K., & Pawlewski, P. (2012). Identification and estimation of factors influencing logistic process safety in a network context with the use of grey system theory. Intelligent Information and Database Systems, 469-477.
- Golinska, P., Kosacka, M., Mierzwiak, R., & Werner-Lewandowska, K. (2014). Grey Decision Making as a tool for the classification of the sustainability level of remanufacturing companies. *Journal of Cleaner Production*.
- Mierzwiak, R., & Więcek-Janka, E. (2015). The analysis of successors' competencies in family enterprises with the use of grey system theory. *Grey Systems: Theory and Application*, *5*(3).
- Wiecek-Janka, E., Mierzwiak, R., & Kijewska, J. (2015, August). Taxonomic approach to competencies in the succession process of family firms with the use of Grey Clustering Analysis. In *Grey Systems and Intelligent Services (GSIS), 2015 IEEE International Conference on* (pp. 432-438). IEEE.

POLSKIE STOWARZYSZENIE NAUKOWE SYSTEMÓW SZARYCH

- Więcek-Janka, E., Mierzwiak, R., Kijewska, J. (2016). Competencies' Model in the Succession Process of Family Firms with the Use of Grey Clustering Analysis. *The Journal of Grey System,* 28 (2), 121-131 (ISSN: 0957-3720, IF-0.553)
- Więcek-Janka, E., Mierzwiak, R., Kijewska, J. (2016). The analysis of barriers in succession processes of family business with the use of grey incidente analysis (polish perspective). *Our Economy*, 62 (2), 33-41, ISSN 0547-3101 (print), ISSN 2385-8052 (online) DOI: 10.1515/ngoe-2016-0010.
- Więcek-Janka, E., Mierzwiak, R., Kijewska, J. (2016). Bariery w procesach sukcesyjnych polskich firm rodzinnych – próba wykorzystania protokołu podobieństwa Grey System Analysis. *Przedsiębiorczość i Zarządzanie*, 17(6), cz. 3, 9-23.
- Mierzwiak, R., Więcek-Janka, E. (2017). Application of the Grey Clustering Analysis Method in the Process of Taking Purchasing Decisions in the Welding Industry. World Conference on Information Systems and Technologies. World CIST 2017: Recent Advances in Information and Technologies, pp. 453-459.

POLSKIE STOWARZYSZENIE NAUKOWE SYSTEMÓW SZARYCH

- Mierzwiak R.,Xie N.,NowakM., *New axiomatic approach to the concept of grey information*, Grey Systems: Theory and Application, 2018/2
- Nowak M., Mierzwiak R., Podstawowe pojęcia kwalitologii, Problemy Jakości, 2018/2
- Mierzwiak R., Xie N., *Clasification of researchproblems in Grey Systems Theorybased on greyspaceconcept*, Journal of Grey Systems Theory, w druku
- MierzwiakR.,*Charakterystykawybranychpodejśćwmodelowaniuniepewnościwkontekścienaukozarządzaniu*,Humanities and SocialSciences, w recenzji
- NowakM.,*Status epistemologiczny prognozowania w naukach o zarządzaniu w ujęciu ontologii deterministycznej*, Organizacja i Kierowanie, 2018.

Budujemy markę:

Szarość w naukach o zarządzaniu

Plan Trzeciej Jesiennej Szkoły Systemów Szarych

1. Obecny stan teorii systemów szarych
2. Niepewność w poznaniu systemów
3. Nowe podejście aksjomatyczne w GST
4. Plan badań dotyczących rozwoju podstaw teoretycznych GST

Przesłanki podjęcia problematyki podstaw teoretycznych systemów szarych

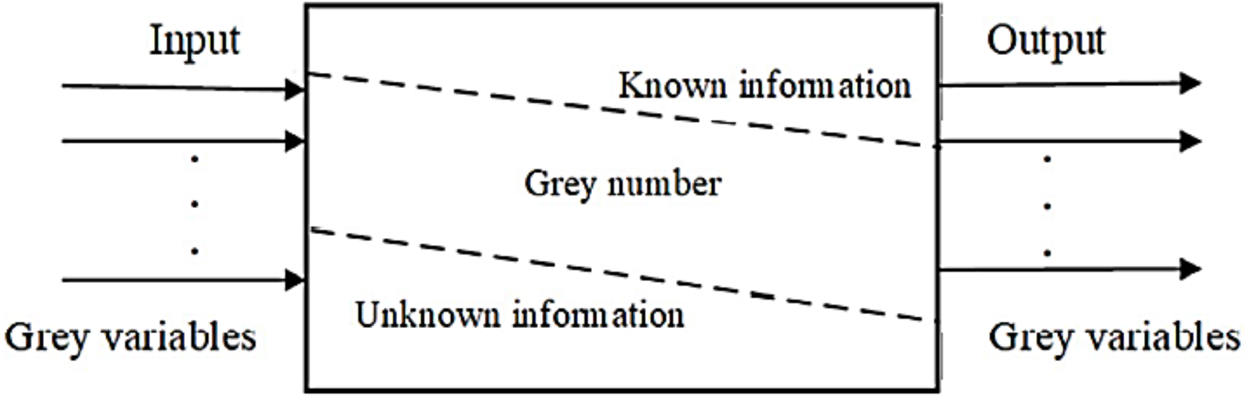
1. Asymetryczny rozwój teorii systemów szarych
2. Potrzeba dostosowania GST do europejskiej tradycji epistemologicznej
3. Ważność praktyczna podejmowanych zagadnień teoretycznych

Warsztaty

1. Zastosowania metody GIA

2. Arytmetyka liczb szarych

Dotychczasowe założenia teorii systemów szarych

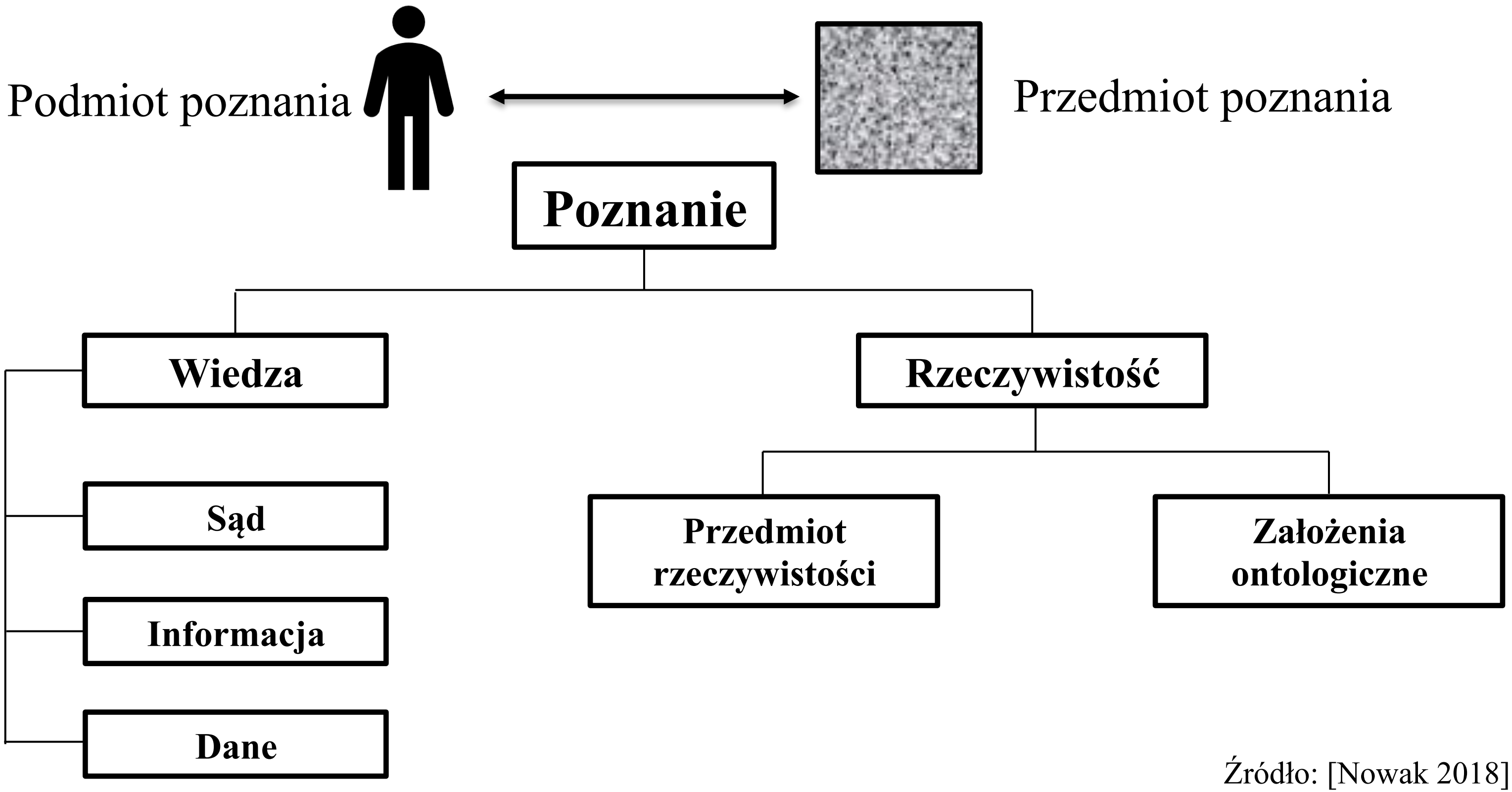


Źródło: [Mierzwiak, Xie, Nowak 2018].

Dotychczasowe zasady/zalecenia metodyczne teorii systemów szarych

- **Zasada braku unikalności –** istnieje kilka możliwych rozwiązań problemów, dla których zebrana baza informacyjno-decyzyjna jest niekompletna i niepewna;
- **Zasada informacji minimalnej** – należy tworzyć metody pozwalające wnioskować o rzeczywistości na podstawie niewielkiej przestrzeni informacyjnej;
- **Zasada wrażliwości czasowej informacji** – priorytet przysługuje nowszym informacjom;
- **Zasada szarości permanentnej** – niepewność informacyjna jest immanentna dla każdego rzeczywistego obiektu.

Źródło: [Liu, Yang, Forrest 2016].



Źródło: [Nowak 2018].

Wnioski z przedstawionego schematu

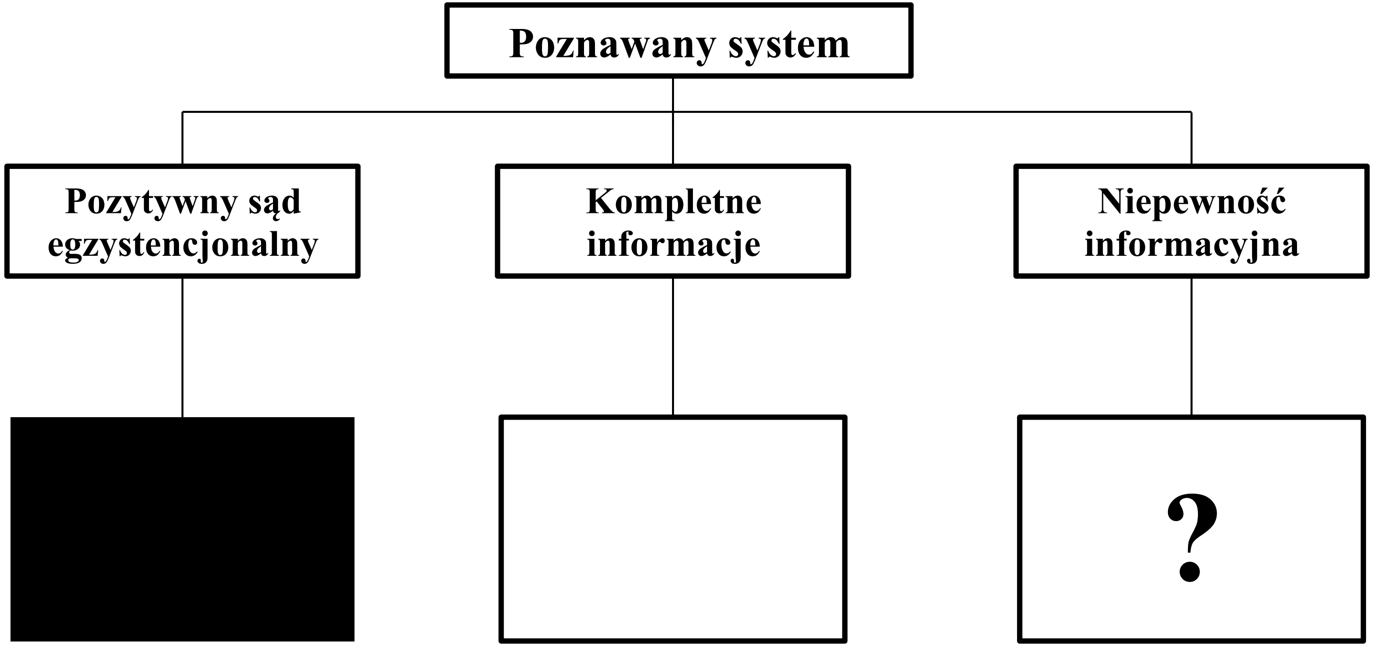
Założenia ontologiczne i epistemologiczne GST

Aksjomat 1. Przedmioty rzeczywistości istnieją obiektywnie

Twierdzenie 1. Systemy istnieją obiektywnie

Twierdzenie 2. Informacja jest subiektywna epistemologicznie

Twierdzenie 3. Informacjami o systemie nazwać można znaczenia nadawane danym o systemie przez podmiot poznania


Poznawany system
Pozytywny sąd egzystencjonalny
Kompletne informacje
Niepewność informacyjna
?

Czego może dotyczyć niepewność?

- Informacje o granicach systemu są niepewne lub niekompletne (**błąd identyfikacji cech**)
- Informacje o stanie poszczególnych stanów cech systemu są niepewne lub niekompletne (**błąd skali**)
- Informacje o relacjach między stanami cech systemu są niekompletne lub niepewne (**błąd relacji**)

Przykładowe sposoby modelowania niepewności:

1. Probabilistyczne modelowanie niepewności
2. Logika rozmyta w modelowaniu niepewności
3. Systemy szare w modelowaniu niepewności

Probabilistyczne modelowanie niepewności

Opiera się na aksjomatach Kołmogorowa. W ujęciu tym prawdopodobieństwo określane jest przy użyciu **przestrzeni probabilistycznej** $(\Omega,\mathcal{F},P)$, przy czym:

- Ω jest zbiorem zdarzeń elementarnych (niepustym)
- $\mathcal{F}$ jest zbiorem zdarzeń losowych (σ – algebrą, σ-ciałem, tj. mierzalnych podzbiorów Ω).
- P jest funkcją przypisującą do $\mathcal{F}$ liczby ze zbioru liczb rzeczywistych, co formalnie można zapisać w następujący sposób: $P\colon \mathcal{F} \to R$

Probabilistyczne modelowanie niepewności

Wykorzystując pojęcie przestrzeni probabilistycznej możliwe jest formalne określenie prawdopodobieństwa w następujący sposób:

Funkcja P: $\mathcal{F} \rightarrow R$ nazywamy funkcją prawdopodobieństwa wtedy, gdy spełnia następujące aksjomaty:

1. $P(A) \geq 0$, dla dowolnego $A \in \mathcal{F}$ (aksjomat nieujemności)
2. $P(\Omega) = 1$ (aksjomat unormowania do jedności)
3. $P\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right) = \sum_{i=1} P(A_i)$, przy czym $A_i \cap A_j = \emptyset$, gdy $i \neq j$ (przeliczalnej addytywności)

Probabilistyczne modelowanie niepewności

- Cena samochodu z 95% prawdopodobieństwem znajduje się w przedziale 5000$ – 10 000$;
- Wzrost Sylwii z 68% prawdopodobieństwem znajduje się w przedziale 180-190 cm;
- Średnie IQ uczniów w pewnej klasie wynosi 112 z odchyleniem standardowym 9;

Logika rozmyta w modelowaniu niepewności

Zbiorem rozmytym *A* w pewnej przestrzeni *X* nazywamy zbiór par uporządkowanych:

$A=\{(x, \mu_A(x)):x\in X\}$

gdzie $\mu_A \in [0,1]$ nazywa się stopniem przynależności *x* do zbioru *A* (funkcja przynależności)

Jeśli przyjąć, że μ_A ma charakter funkcji, to wówczas taką funkcję nazywamy funkcją przynależności.

$$\mu_A : X \rightarrow [0,1] \Rightarrow \mu_A(x) \in [0,1]$$

Logika rozmyta w modelowaniu niepewności

Jeżeli przestrzeń *X*, na której został określony dowolny zbiór rozmyty jest zbiorem liczb rzeczywistych, to wtedy możemy zbiór rozmyty utożsamić z liczbą rozmytą.

Liczbą rozmytą nazywamy taki dowolny zbiór rozmyty *A*, że:

$$A=\{(x, \mu_A):x \in X \wedge X=R\}$$

gdzie R oznacza zbiór liczb rzeczywistych

Cena samochodu jest niska - Sylwia jest wysoka - IQ uczniów w klasie jest średnie

Przedmiotem teorii systemów szarych jest modelowanie niepewności informacyjnej systemów, które nie są ani białe, ani szare, z **<u>wykorzystaniem operatorów szarych:</u>**

Liczb szarych

Funkcji wybielania wagowego

Operatorów dystrybutywnego rozumienia szarości

Najpopularniejszym operatorem szarym są **liczby szare**.

Interwałową liczbą szarą (Grey Interval Number) $\otimes G$ nazywa się liczbę rzeczywistą d^*, która spełnia następujący warunek $d^* \in [a, \bar{b}] \wedge a \neq \bar{b} \wedge (a \vee \bar{b}) \neq \{-\infty, +\infty\}$

$\otimes \in [10, 15]$

$\otimes \in [10, \infty]$

$\otimes \in [\infty, 15]$

$\otimes \in [\infty, \infty] \quad \Rightarrow$ **?**

$\otimes \in [a, a] \quad \Rightarrow$ **?**

Najpopularniejszym operatorem szarym są **liczby szare**.

Dyskretną liczbą szarą (Grey Discrete Number) $\otimes G$ nazywa się liczbę rzeczywistą d^*, która spełnia następujący warunek $d^* \in \{a_1,\dots,a_i,\dots,a_n\} \wedge (i>1) \wedge (n \neq \infty)$

$$\otimes \in \{10,11,12,13,14,15\}$$

$$\otimes \in \{10,11,12,13,14,15,\ldots\}$$

$$\otimes \in \{\ldots,10,11,12,13,14,15\}$$

$$\otimes \in \{\ldots,-2,-1,0,1,2,\ldots\}$$

$$\otimes \in \{a\}$$

Koncepcja przestrzeni szarej

Załóżmy, że mamy następującą **przestrzeń szarą** (Ω,$\mathcal{F}$,$G\upharpoonleft^{\circ}$). W przestrzeni tej niech:

- Ω oznacza zbiór pewien zbiór liczb (rzeczywistych, całkowitych, naturalnych, etc.),
- $\mathcal{F}$ oznacza zbiór mierzalnych podzbiorów Ω (σ – algebra)
- $G\upharpoonleft^{\circ}$ będzie funkcją odwzorowującą $\mathcal{F}$ w zbiór liczb rzeczywistych, co formalnie można zapisać $G\upharpoonleft^{\circ} : \mathcal{F} \to$ R i będzie funkcją szarości, wtedy gdy spełni **4 aksjomaty**.

Koncepcja przestrzeni szarej

Aksjomat 1. $G^{\circ}(A_i) \geq 0$ dla każdego $A_i \in \mathcal{F}$

Aksjomat 2. $G^{\circ}(A_i) = 0 \Leftrightarrow A_i = \{a_i\}$, przy czym $A_i = \{a_i\}$ oznacza dowolny zbiór jednoelementowy należący do $\mathcal{F}$

Aksjomat 3. $G^{\circ}(\Omega) = 1$

Aksjomat 4. $G^{\circ}\left(\bigcup_{i \in N} A_i\right) = \sum_{i \in N} G^{\circ}(A)$, gdzie: $A_i \cap A_j = \emptyset \wedge i \neq j \wedge A_i \neq \{a_i\}$

Funkcja wybielania wagowego

Załóżmy, że mamy daną przestrzeń szarą $(\Omega,\mathcal{F},\mathcal{G}\uparrow^{\circ})$ i zbiór $A \in \mathcal{F}$ oraz zbiór $Y = \{y \in R : 0 \leq y \leq 1\}$, to wtedy funkcja $f\colon A \to Y$ nazywana jest funkcją wybielania wagowego, gdy spełnia następujące warunki:

1) $f(A) = 1$, dla każdego $A=\{a\downarrow i\}$, czyli dla każdego zbioru jednoelementowego

2) $f(\emptyset) = 0$

Poziom szarości

$\otimes = [170, 185]$ ⟶ $\otimes = [160, 220]$

$\otimes = [150, 220]$ ⟶ $\otimes = [150, 220]$

Funkcje teorii naukowej a stosowane metody

Funkcja deskrypcyjna	→	Kwalitologia
Funkcja eksplanacyjna	**Operatory szare** →	GIA
Funkcja predykcyjna	**Operatory szare** →	GM
Funkcja projektowa	**Operatory szare** →	GDM

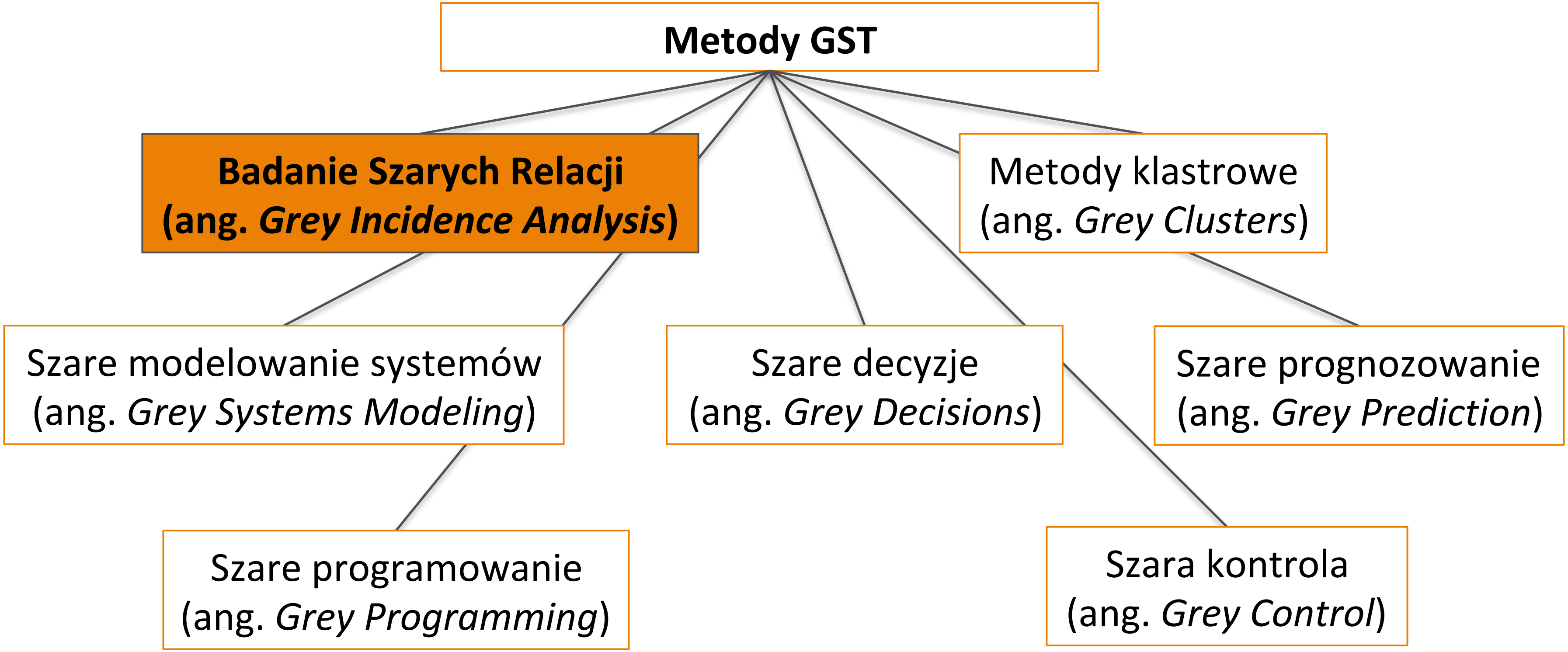
Klasyfikacja systemów

Systemy

- Formalne
  - np. logiki, matematyki
- Techniczne
  - np. maszynowe, budowlane
- Przyrodnicze
  - np. chemiczne, fizyczne
- Społeczne (prakseologiczne)
  - np. organizacyjne

Złożoność systemów/ trudność poznawcza/poziom niepewności

Przydatność GST w modelowaniu niepewności



Źródło: Liu, S., & Lin, Y. (2006). Grey information: theory and practical applications. Springer Science & Business Media.

Metody GST

- **Badanie Szarych Relacji (ang. *Grey Incidence Analysis*)**
  - **DLACZEGO?**
    - **Ogólna teoria systemów**
    - **Informacja niepełna, Informacja niepewna, Informacja nieliczna**
    - **Szeroki zakres aplikacji metod GST**
  - **JAK?**

Źródło: Liu, S., & Lin, Y. (2006). Grey information: theory and practical applications. Springer Science & Business Media.

Metoda badania szarych relacji, GIA, od-no-si się do rozstrzygania takich pro-ble-mów jak m.in. rozpoznania:

- elementów **sys-temu**, które są **bar-dziej istotne** niż inne;
- ele-mentów **systemu**, które **wpływają korzy-stanie** na jego przyszły rozwój (ang. *favourable characteristic*, zob. Lin, Lin, 2006, s, 121);
- elemen-tów **systemu**, które **powo-dują pożą-dane zmiany** sys-temu i na-leży je wzmac-niać (ang. *fac-tors with the greatest effect on system characteristic*, zob. Liu, Lin, 2006, s. 136);
- ele-mentów **systemu**, które **hamują pozy-tywne zmiany** sys-temu i należy je kon-trolować (Liu, Lin, 2006, s. 85).

Źródło: Liu, S., & Lin, Y. (2006). Grey information: theory and practical applications. Springer Science & Business Media; Majchrzak J., Metoda zarządzania jakością zintegrowanej komunikacji marketingowej, Rozprawa doktorska, Politechnika Poznańska, 2018.

Metody GST

Badanie Szarych Relacji (ang. *Grey Incidence Analysis*)

- **DLACZEGO?**
  - Ogólna teoria systemów
  - Informacja niepełna, Informacja niepewna, Informacja nieliczna
  - Szeroki zakres aplikacji metod GST
- **JAK?**

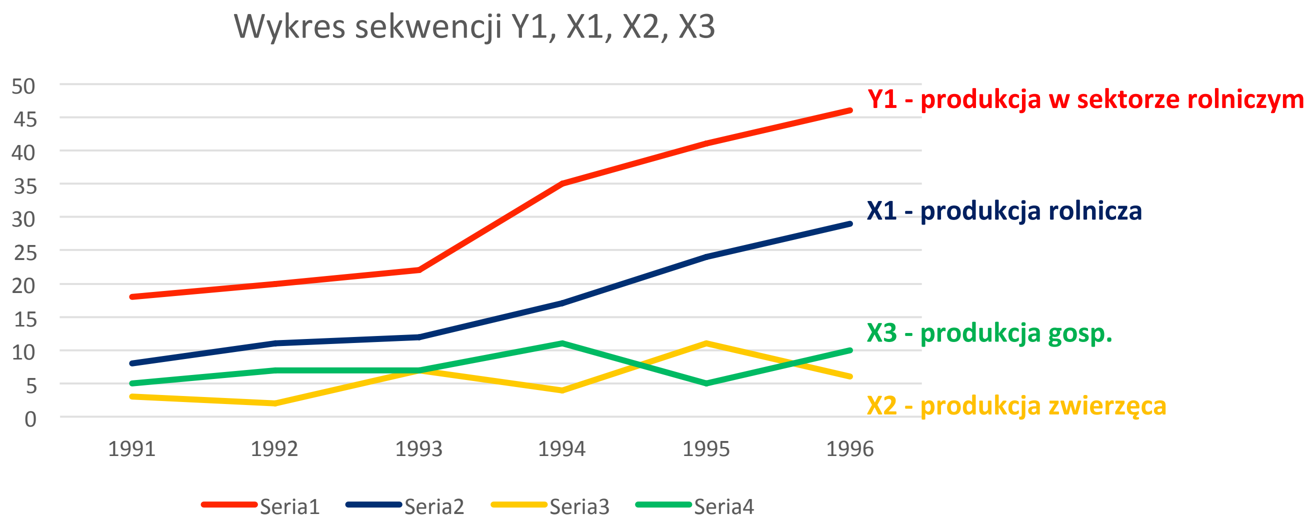
Źródło: Liu, S., & Lin, Y. (2006). Grey information: theory and practical applications. Springer Science & Business Media.

Przykład

Posiadamy dane dotyczące wielkości produkcji w sektorze rolniczym w latach 1991-1996, takie jak:

- całkowita wielkość **produkcji w sektorze rolniczym** (ang. *total agricultural production*), oznaczona jako Y1,
- wielkość **produkcji rolniczej** (ang. *farming production*), jako X1,
- wielkość **produkcji zwierzęcej** (ang. *livestock husbandry*), jako X2,
- wielkość **produkcji małych gospodarstw rolniczych** (ang. *rural business enterprises*), jako X3.

Źródło: Liu, S., & Lin, Y. (2006). Grey information: theory and practical applications. Springer Science & Business Media.



Wartości produkcji / Rok	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Y1 - produkcja w sektorze rolniczym	18	20	22	35	41	46
X1 - produkcja rolnicza	8	11	12	17	24	29
X2 - produkcja zwierzęca	3	2	7	4	11	6
X3 - produkcja gosp.	5	7	7	11	5	10

Miara bezwzględnego stopnia wpływu

Epsilon ε

?

γ	ε
r	ρ
δ	…

$$\varepsilon_{0i} = \frac{1+|s_0|+|s_i|}{1+|s_0|+|s_i|+|s_i - s_0|}$$

Miara bezwzględnego stopnia wpływu

Epsilon
ε

- **Sekwencje zmiennych GIA** (ang. *Behavioral Sequence*)
- **Operatory GIA** (ang. *Grey Incidence Operators*)
- **Miary zachowania wektorów obserwacji systemu**
- **Obliczenie miary bezwzględnego stopnia wpływu ε**

Sekwencje zmiennych GIA (ang. *Behavioral Sequence*)

$$X_i = (x_i(1), x_i(2), \ldots, x_i(n))$$

Gdzie, **Xi czynnik systemu**, z **k-tą liczbą obserwacji**, o **wartości xi(k),**
k = 1, 2, …, n, to Xi nazywa się **sekwencją obserwacji** (ang. *behavioral sequence*).

Miara bezwzględnego stopnia wpływu

Epsilon
ε

- **Sekwencje zmiennych GIA** (ang. *Behavioral Sequence*)
- **Operatory GIA** (ang. *Grey Incidence Operators*)
- **Miary zachowania wektorów obserwacji systemu**
- **Obliczenie miary bezwzględnego stopnia wpływu ε**

Operatory GIA (ang. *Grey Incidence Operators*)

Operatory dobiera się w zależności od rodzaju charakterystyk badanego systemu oraz celu badania.

$$X_i = (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n))$$

$$X_i D_1 = (x_i(1)d_1, x_i(2)d_1, \dots, x_i(n)d_1)$$

Źródło: Liu, S., & Lin, Y. (2006). Grey information: theory and practical applications. Springer Science & Business Media.

Operatory GIA (ang. *Grey Incidence Operators*)

Operatory dobiera się w zależności od rodzaju charakterystyk badanego systemu oraz celu badania.

- **D1: operator zerowego punktu początkowego** (ang. *zero starting point*), który wyzerowuje początkową wartość wektora obserwacji,

$$X_i=(x_i(1),x_i(2),\ldots,x_i(n))$$

$$X_iD_2=(x_i(1)d_2,x_i(2)d_2,\ldots,x_i(n)d_2)$$

$$\boldsymbol{x_i(1)d_2 = x_i(k)-x_i(1)}$$

Źródło: Liu, S., & Lin, Y. (2006). Grey information: theory and practical applications. Springer Science & Business Media.; : Majchrzak J., Metoda zarządzania jakością zintegrowanej komunikacji marketingowej, Rozprawa doktorska, Politechnika Poznańska, 2018.

Operatory GIA (ang. *Grey Incidence Operators*)

Operatory dobiera się w zależności od rodzaju charakterystyk badanego systemu oraz celu badania.

- **D1: operator zerowego punktu początkowego** (ang. *zero starting point*), który wyzerowuje początkową wartość wektora obserwacji,

$$Y_j = (y_j(1), y_j(2), \ldots, y_j(n))$$

$$Y_j D_2 = (y_j(1) d_2, y_j(2) d_2, \ldots, y_j(n) d_2)$$

$$\boldsymbol{y_j(1) d_2 = y_j(k) - y_j(1)}$$

Źródło: Liu, S., & Lin, Y. (2006). Grey information: theory and practical applications. Springer Science & Business Media.; : Majchrzak J., Metoda zarządzania jakością zintegrowanej komunikacji marketingowej, Rozprawa doktorska, Politechnika Poznańska, 2018.

Miara bezwzględnego stopnia wpływu

Epsilon
ε

- **Sekwencje zmiennych GIA** (ang. *Behavioral Sequence*)
- **Operatory GIA** (ang. *Grey Incidence Operators*)
- **Miary zachowania wektorów obserwacji systemu**
- **Obliczenie miary bezwzględnego stopnia wpływu ε**

Miary zachowania wektorów obserwacji systemu

$$|s_i| = \left| \sum_{k=2}^{n-1} x_i(k)d2 + \frac{1}{2} x_i(n)d2 \right|;$$

$$|s_j| = \left| \sum_{k=2}^{n-1} y_j(k)d2 + \frac{1}{2} y_j(n)d2 \right|;$$

$$|s_j - s_i| = \left| \sum_{k=2}^{n-1} [y_j(k)d2 - x_i(k)d2] + \frac{1}{2} [y_j(n)d2 - x_i(n)d2] \right|.$$

Miara bezwzględnego stopnia wpływu

Epsilon
ε

- **Sekwencje zmiennych GIA** (ang. *Behavioral Sequence*)
- **Operatory GIA** (ang. *Grey Incidence Operators*)
- **Miary zachowania wektorów obserwacji systemu**
- **Obliczenie miary bezwzględnego stopnia wpływu ε**

Obliczenie miary bezwzględnego stopnia wpływu ε

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1 + |s_i| + |s_j|}{1 + |s_i| + |s_j| + |s_j - s_i|}$$

Właściwości miary podobieństwa ε

1) $\mathbf{0 < \varepsilon_{ij} \leq 1}$,
2) wartość ε_{ji} jest związana **tylko z kształtem geometrycznym wektorów** X_i oraz Y_j, nie ma natomiast związku z ich przestrzennym ułożeniem,
3) każde dwa wektory są choćby **minimalnie powiązane**, więc ε_{ji} nie przyjmuje wartości zero,
4) im bardziej geometryczny kształt wektora obserwacji X_i jest podobny do wektora obserwacji Y_j, **tym większa jest wartość** $\boldsymbol{\varepsilon_{ij}}$,
5) jeśli wektory obserwacji X_i i X_j są równoległe lub fluktuują zmieniając swoje wartości tak, że część powierzchni wyznaczanej przez wektor X_i jest położona powyżej a część poniżej powierzchni wyznaczonej przez wektor X_j, wartość ε_{ij} jest równa lub bliska 1,
6) jeśli **jeden z wektorów się zmienia**, zmienia się też ε_{ij},
7) jeśli **długość wektorów się zmienia**, zmianie ulega też ε_{ij},
8) jest **relacja tożsamości** ($\varepsilon_{ii} = 1$, $\varepsilon_{jj} = 1$) oraz **symetrii** ($\varepsilon_{ji} = \varepsilon_{ij}$).

Źródło: Prezentacja Prof. Xie Naiming, Wykłąd otwarty: *Grey Information, Grey Models, Grey World, Poznań, marzec 2016 r.*

Czym jest liczba szara?

Jest to konkretna wartość mieszcząca się w pewnym zakresie. Dla przykładu: tolerancja przyjazdu tramwaju w Poznaniu wynosi: przyspieszenie do 1 minuty i opóźnienie do 3 minut, więc liczba szara to [-1 ; 3].

Jak dodawać liczby szare?

Tolerancja przyjazdu tramwaju wynosi: [-1 ; 3]

Czas przejścia od przystanku na uczelnie mieści się pomiędzy 3 a 4 minutami.

Planowany przyjazd na przystanek to 7:55

O której student będzie na uczelni?

[-1 ; 3] + [3 ; 4] = [2 ; 7]   7:55 + [2 ; 7] = [7:57 ; 8:02]

POLSKIE STOWARZYSZENIE NAUKOWE SYSTEMÓW SZARYCH

Jak mnożyć liczby szare?

Na każdym przystanku wsiada od 5 do 15 osób. Ile osób wsiadło do tramwaju na całej trasie? Trasy tramwajów mają od 20 do 30 przystanków.

[5 ; 15] * [20 ; 30] = [100; 450]

Zaawansowane operacje

- Wyznaczanie najmniejszej liczby szarej
- Wyznaczanie największej liczby szarej
- Wyznaczanie średniej liczby szarej
- Potęgowanie liczby szarej
- Pierwiastkowanie liczby szarej

Podejście klasyczne	Podejście „szare”
Wynik dotyczy tylko jednego przypadku	Można opracować wskaźnik, który będzie prawdziwy dla podobnych przypadków
Dostarczone dane do obliczeń muszą być dokładne	Dane do obliczeń mogą być przybliżone
Wynik – jedno unikalne rozwiązanie	Wynik – wiele możliwych rozwiązań
Rzadko spotykane w rzeczywistości	Odzwierciedla rzeczywiste przypadki
Do uzyskania miarodajnych wyników wymagana jest próba statystyczna	Wyniki można uzyskać przy niewielkiej próbie

Plany dalszych badań nad **teoretycznymi** podstawami GST:

1. Opracowanie i aksjomatyzacja teorii operatorów szarych
2. Ewaluacja metod GST – zaliczanych zarówno do rdzenia teorii, jak i jej otoczki
3. Opracowanie teoretycznych podstaw adekwatności GST opisu systemów prakseologicznych

Plany dalszych badań **aplikacyjnych**:

1. Stosowanie GST w rozwiązywaniu problemów w naukach społecznych

POLSKIE STOWARZYSZENIE
NAUKOWE SYSTEMÓW SZARYCH

Zapraszamy na stronę

www.systemyszare.put.poznan.pl